Toshiki Ishii (Matrikel 3266690, Seminargruppe 4)
„Mathematik für Chemiker“
Aufgaben zum 14.11.2012
Integration und partielle Differentiale

Aufgabe 1

a) $\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}y} = -\cos x \cdot \sin y$
$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x} = -\cos x \cdot \sin y$
$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x} \Leftrightarrow$ vollständiges Differential
Stammfunktion: $\int \cos x \cdot \cos y \ \mathrm{d}x = \int -\sin x \cdot \sin y \ \mathrm{d}y = \sin x \cdot \cos y + c$

b) $\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}y} = -\cos^2 x \cdot \sin y$
$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x} = -\cos x \cdot \sin^2 y$
$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}y} \neq \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x} \Leftrightarrow$ unvollständiges Differential

c) $\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}y} = 2\sin x \cdot \cos x \cdot \cos y$
$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x} = (2\sin x \cdot \cos x)\cos y$
$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x} \Leftrightarrow$ vollständiges Differential
Stammfunktion: $\int 2\sin x \cdot \cos x \cdot \sin y \ \mathrm{d}x = \int \sin^2 x \cdot \cos y \ \mathrm{d}y = \sin^2 x \cdot \sin y + c$

d) $\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}y} = 2xy \cdot e^{x^2+y^2}$
$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x} = 4xy \cdot e^{x^2+y^2}$
$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}y} \neq \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x} \Leftrightarrow$ unvollständiges Differential

Aufgabe 2

a) $\int\limits_1^2 \frac{x-1}{x}\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 1 - \frac{1}{x}\mathrm{d}x = x - \ln x\Big|_1^2 = \underline{\underline{1 - \ln 2}}$

b) $\int\limits_0^2 2xe^{x^2}\mathrm{d}x = e^{x^2}\Big|_0^2 = \underline{\underline{e^4 - 1}}$

c) $\int\limits_1^2 x^4 \cdot \ln x \ \mathrm{d}x = \frac{x^5}{5} \cdot \ln x\Big|_1^2 - \int\limits_1^2 \frac{x^5}{5} \cdot \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \frac{x^5}{5} \cdot \ln x\Big|_1^2 - \frac{x^5}{25}\Big|_1^2 = \frac{x^5}{5} \cdot \left(\ln x - \frac{1}{5}\right)\Big|_1^2 = \underline{\underline{\frac{31}{5} \cdot \left(\ln 5 - \frac{1}{5}\right)}}$

d) $\int\limits_0^{\pi/2} \sin x \cdot \cos x \ \mathrm{d}x = \sin x \cdot \sin x\Big|_0^{\pi/2} - \int\limits_0^{\pi/2} \cos x \cdot \sin x \ \mathrm{d}x$
$\Rightarrow \int\limits_0^{\pi/2} \sin x \cdot \cos x \ \mathrm{d}x + \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot \sin x \ \mathrm{d}x = \sin x \cdot \sin x\Big|_0^{\pi/2}$
$\Rightarrow 2\int\limits_0^{\pi/2} \sin x \cdot \cos x \ \mathrm{d}x = \sin x \cdot \sin x\Big|_0^{\pi/2}$
$\Rightarrow \int\limits_0^{\pi/2} \sin x \cdot \cos x \ \mathrm{d}x = \frac{(\sin x)^2}{2}\Big|_0^{\pi/2} = \frac{(\sin \pi/2)^2}{2} = \frac{1^2}{2} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$