M 7a „Viskosimetrische Messungen“

Toshiki Ishii (Matrikel 3266690)
06.05.2013
Studiengang Chemie (Bachelor of Science)

Aufgabenstellung

1. Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der kinematischen Viskosität einer Flüssigkeit mit einem UBBELOHDE-Viskosimeter in gegebenem Temperaturintervall.
2. Berechnung der dynamischen Viskosität η aus der kinematischen Viskosität ν sowie der Aktivierungsenergie E_A für das viskose Fließen der Flüssigkeit.
3. Bestimmung der Viskosität einer hochviskosen Flüssigkeit mit der Kugelfallmethode nach STOKES und Berechnung der REYNOLDS-Zahl.

Zubehör

- Stoppuhr
- UBBELOHDE-Viskosimeter (Nummer 3, Kapillare III) mit Thermostat und Digitalthermometer
  - $k = 1{,}026 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$ ($\pm 0{,}5\,\%$)
  - $\varrho_{\mathrm{Fluid}} = \varrho_0 \cdot \Big(1 - \gamma \cdot (T - 293{,}15\,\mathrm{K})\Big)$ mit $\varrho_0 = 1225\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ ($\pm 2\,\%$) und $\gamma = 5{,}4 \cdot 10^{-4}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$ ($\pm 2\,\%$)
- Rohr für Kugelfallmethode nach STOKES
  - $2R = 35\,\mathrm{mm}$
  - $\varrho_{\mathrm{Fluid}} = 1055\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ (Hexantriol)

Grundlagen

Bernoulli-Gleichung

Die BERNOULLI-Gleichung ist eine Anwendung des Energieerhaltungssatzes auf die Fluidmechanik. Sie kann als

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{m}{2}\cdot w^2 + p\cdot V + m\cdot g\cdot z\right) = 0$$

formuliert werden und sagt aus, dass die Summe der kinetischen Energie, der Volumenenergie und der potentiellen Energie eines Mediums zeitlich konstant ist. Gebräuchlicher ist die Formulierung mit Höhenäquivalenten (Umrechnung aller Energien in potentielle Energien):

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{w^2}{2g} + \frac{p}{\varrho\cdot g} + z\right) = 0$$

In ihr tauchen die Strömungsgeschwindigkeit w, der Druck p die Höhe z auf. Die Gravitationsbeschleunigung g und die Dichte ϱ werden dabei genutzt, um w und p in Höhenäquivalente umzurechnen.

Beide Formulierungen berücksichtigen weder Reibungsverluste noch die Temperaturabhängigkeit der Dichten, die insbesondere bei Gasen stark ausgeprägt ist.

Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung der Fluidmechanik lautet

$$\mathrm{div}(\varrho\cdot\vec{u}) + \frac{\partial\varrho}{\partial t} = 0$$

und sagt aus, dass die zeitliche Änderung der Dichte von einer Differenz zwischen der Strömung, die zu einem Ort hinführt, und der Strömung, die von ihm wegführt, herrührt. Ist das Medium inkompressibel, so ist die Dichte zeitlich konstant, sodass auch die Divergenz der Strömung null sein muss.

Viskosität (innere Reibung)

Die Viskosität ist ein Maß für die Zähflüssigkeit eines Fluids. Sie rührt daher, dass für das Fließen des Fluids sich die Fluidteilchen aneinander vorbeibewegen müssen. Hohe Viskosität geht dabei mit hoher Kohäsion einher, da bei hoher Anziehung das Fluid durch attraktive intermolekulare Wechselwirkungen stark dreidimensional vernetzt ist. Um diese Vernetzung zu überwinden und zwei Schichten des Fluids gegeneinander zu verschieben, bedarf es einer gewissen Energie. Diese muss von einer Kraft F aufgebracht werden, die nach

$$F = \eta\cdot\frac{A\cdot v}{d}$$

proportional zur Oberfläche A der gegeneinander verschobenen Schichten, proportional zur Strömungsgeschwindigkeit v und umgekehrt proportional zum Abstand d der beiden Flächen ist. Der Proportionalitätsfaktor wird als dynamische Viskosität η bezeichnet. Daneben gibt es die kinematische Viskosität ν, die als

$$\nu = \frac{\eta}{\varrho}$$

definiert ist.

Der Prozess der sich gegeneinander bewegenden Schichten kann als chemischer Vorgang und der Reziprok der dynamischen Viskosität als Maß für die Reaktionsgeschwindigkeit aufgefasst werden, sodass er sich mathematisch ähnlich wie die Kinetik chemischer Reaktionen (die der ARRHENIUS-Gleichung folgen) beschreiben lässt.

Die entsprechende mathematische Gleichung

$$\eta = \eta_0 \cdot e^{\frac{E_A}{R \cdot T}}$$

wird als ARRHENIUS-ANDRADE-Beziehung bezeichnet.

Strömungsformen

Strömungen können in laminare und turbulente Strömungen unterteilt werden. Laminare (*lamina*: Platte) Strömungen sind solche, bei denen das Fluid in Schichten strömt. Dabei ändert sich gegebenenfalls der Abstand der Schichten, die Schichten vermischen sich jedoch nicht. Turbulente Strömungen sind dagegen solche Strömungen, bei denen es zu Verwirbelungen der Schichten kommt.

Ob turbulente Strömungen auftreten, kann anhand der REYNOLDS-Zahl festgestellt werden. Die ist als

$$Re = \frac{v \cdot l}{\nu} = \frac{v \cdot l \cdot \varrho}{\eta}$$

mit der Strömungsgeschwindigkeit v, der charakteristischen Länge l und kinematischen Viskosität ν definiert. Überschreitet die REYNOLDS-Zahl einen kritischen Wert, so treten Turbulenzen auf. Der Übergang zwischen laminarer und turbulenter Strömung ist allerdings fließend.

Stokes-Reibung

Die STOKES-Reibung beschreibt die Reibungskraft, die auf eine Kugel mit dem Radius r wirkt, die sich in einem Fluid der Viskosität η mit der Geschwindigkeit v bewegt.

$$F = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$

Die Gleichung gilt nur bei laminarer Strömung und für Kugeln, die groß gegenüber der mittleren freien Weglänge im Fluid sind.

Newton-Reibung

Die NEWTON-Reibung beschreibt die Reibungskraft, die eine sich mit konstanter Geschwindigkeit auf einem Fluid bewegende Platte erfährt, die das Fluid in der Fläche A berührt.

$$F = A \cdot \eta \cdot \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$$

Dabei ist $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$ das nicht notwendigerweise lineare Geschwindigkeitsgefälle innerhalb des Fluids. Die Gleichung gilt nur für NEWTONsche Fluide unter der Annahme, dass die Strömung laminar ist.

Beschreibung turbulenter Strömungen nach Newton

NEWTON erkannte, dass bei hohen Geschwindigkeiten Turbulenzen auftreten und die Gleichungen für laminare Strömungen nicht mehr gelten. Er formulierte folgenden Zusammenhang für die Reibungskraft, die auf einen sich mit der Geschwindigkeit v in einem Medium der Dichte ϱ bewegenden Körper wirkt:

$$F = \frac{c}{2} \cdot A \cdot \varrho \cdot v^2$$

Dabei ist c der Widerstandsbeiwert, der von der Form des Körpers abhängt und A die Projektion der Oberfläche des Körpers in Strömungsrichtung.

Gesetz von Hagen-Poiseuille

Das Gesetz von HAGEN und POISEUILLE beschreibt das pro Zeit fließende Volumen eines NEWTONschen Fluids bei laminarer Strömung durch ein Rohr mit dem Radius r und der Länge l und einem Druckunterschied zwischen den Rohrenden von Δp. Aus der Kontinuitätsgleichung, der Definition der Viskosität und der NEWTON-Reibung folgt für die zylinderförmige Schicht, die von der Mitte des Rohres die Entfernung r' hat, folgende Gleichung für die Strömungsgeschwindigkeit:

$$v(r') = \frac{\Delta p}{4\eta \cdot l} \cdot \left(r^2 - (r')^2\right)$$

Daraus folgt nach Integration das Gesetz von HAGEN-POISEUILLE

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} &= \int_0^{2\pi} \int_0^{r} v(r') \cdot r' \ \mathrm{d}s \ \mathrm{d}\varphi \\ &= \frac{\pi}{8} \cdot \frac{r^4 \cdot \Delta p}{\eta \cdot l} \end{aligned}$$

Kugelfallmethode nach Stokes

Die Kugelfallmethode nach STOKES nutzt das Kräftegleichgewicht, das entsteht, wenn eine Kugel in einem Medium fällt. Dabei gilt

$$\begin{aligned} F_r &= F_g - F_a \\ 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v &= \varrho_{\text{Kugel}} \cdot V_{\text{Kugel}} \cdot g - \varrho_{\text{Medium}} \cdot V_{\text{Kugel}} \cdot g \\ \eta &= \left(\varrho_{\text{Kugel}} - \varrho_{\text{Medium}}\right) \cdot \frac{V_{\text{Kugel}} \cdot g}{6\pi \cdot r \cdot v} \\ &= \left(\varrho_{\text{Kugel}} - \varrho_{\text{Medium}}\right) \cdot \frac{\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot g}{6\pi \cdot r \cdot v} \\ &= \frac{2}{9} \cdot \left(\varrho_{\text{Kugel}} - \varrho_{\text{Medium}}\right) \cdot \frac{g \cdot r^2}{v} \end{aligned}$$

Viskosimeter

Ein UBBELOHDE-Viskosimeter ist eine mit einem Reservoir verbundene Kapillare, durch die ein definiertes Volumen des viskosen Fluids hindurchfließt. Aus der dafür benötigten Zeit lässt sich bei Kenntnis der Eigenschaften der Kapillare und des Volumens des Reservoirs mithilfe des Gesetzes von HAGEN-POISEUILLE die Viskosität berechnen. Dabei lässt sich für jedes UBBELOHDE-Viskosimeter eine Viskosimeter-Konstante angegeben, sodass sich die kinematische Viskosität als Produkt der Konstante und der zum Durchfließen benötigten Zeit ergibt.

Ein HÖPPLER-Viskosimeter (Kugelfallviskosimeter) ist ein Gerät, in dem sich eine Kugel in rollender und gleitender Bewegung in einem geneigten zylindrischen Rohr hinunterbewegt. Das Rohr ist dabei mit dem Fluid gefüllt, dessen Viskosität bestimmt werden soll. Diese Bestimmung ist nur für durchsichtige NEWTONsche Fluide anwendbar.

In einer sehr einfachen Methode zur Viskositätsbestimmung wird die Zeit gemessen, die ein definiertes Volumen des Fluids benötigt, um aus einem Loch definierter Größe im Boden eines Bechers (Viskositätsmessbecher) zu fließen.

Weitere Bauarten von Viskosimetern umfassen das Rotationsviskosimeter, das STABINGER-Viskosimeter und das Prozessviskosimeter.

Messwerte – Ubbelohde-Viskosimeter

$\frac{T}{\mathrm{K}}$	$\frac{t}{\mathrm{s}}$
30,0	78,88
30,3	77,33
30,3	77,46
30,4	76,96
40,1	44,49
40,1	44,43
40,1	44,04
40,2	43,88
40,2	43,92
40,2	43,96
40,2	43,97
49,1	28,24
49,3	27,63
49,3	27,63
49,6	27,13
49,6	27,23
49,7	27,04

$\frac{T}{\mathrm{K}}$	$\frac{t}{\mathrm{s}}$
49,7	27,29
49,7	27,39
59,1	18,15
59,2	18,00
59,2	17,90
59,2	17,92
59,2	17,86
59,3	17,77
59,3	17,82
59,3	17,69
59,3	17,79
66,5	13,45
66,5	13,38
66,6	13,45
66,6	13,30
66,7	13,32
72,7	10,83

$\frac{T}{\mathrm{K}}$	$\frac{t}{\mathrm{s}}$
72,7	10,77
72,7	10,77
72,7	10,72
72,7	10,83
72,7	10,83
72,7	10,69
72,7	10,71
78,7	9,00
78,7	8,93
78,8	8,87
78,8	8,97
78,8	8,89
78,8	8,91
78,9	8,90
78,9	8,92
79,1	8,91
79,1	8,87

Messwerte – Kugelfallmethode nach Stokes

Das Experiment wurde bei einer Raumtemperatur von $(24{,}5 \pm 0{,}5)\,°\mathrm{C}$ durchgeführt.

$\frac{d_{\mathrm{Kugel}}}{\mathrm{mm}}$	$\frac{t_{\mathrm{Fall}}}{\mathrm{s}}$
5,00	9,82
5,00	9,82
5,00	9,85
5,00	9,80

$\frac{d_{\mathrm{Kugel}}}{\mathrm{mm}}$	$\frac{t_{\mathrm{Fall}}}{\mathrm{s}}$
$3{,}000 \pm 0{,}003$	23,34
$3{,}000 \pm 0{,}003$	23,25
$3{,}000 \pm 0{,}003$	23,33
$3{,}000 \pm 0{,}003$	23,21

Auswertung – Ubbelohde-Viskosimeter

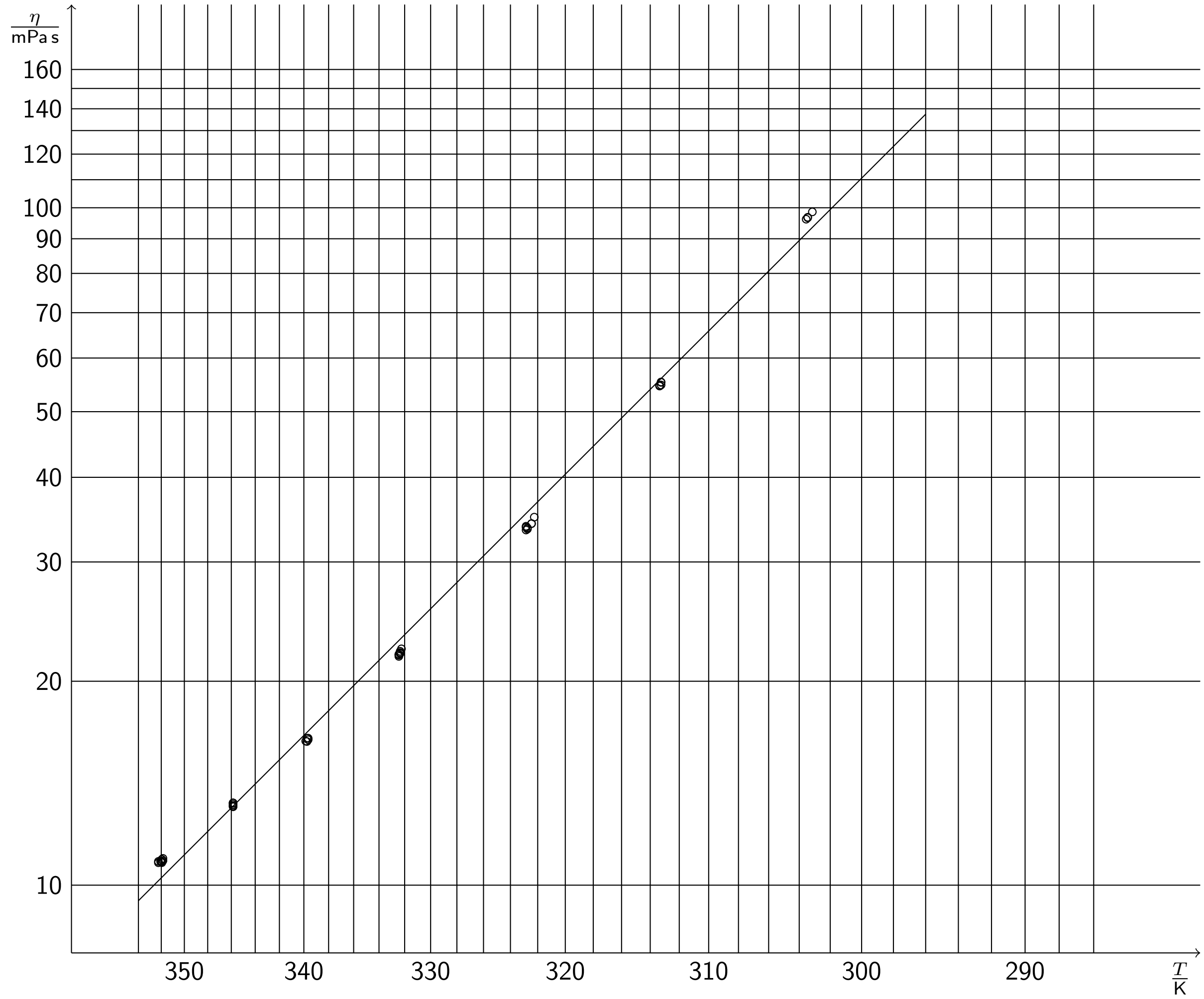
Die Berechnung der kinematischen Viskosität erfolgt aus der Viskosimeterkonstante $k = 1{,}026 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$ und der Durchflusszeit nach

$$\nu = k \cdot t$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned}\eta &= \nu \cdot \varrho \\ &= k \cdot t \cdot \varrho\end{aligned}$$

mit der temperaturabhängigen Dichte $\varrho = 1225\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \left(1 - 5{,}4 \cdot 10^{-4}\,\frac{1}{\mathrm{K}} \cdot (T - 293{,}15\,\mathrm{K})\right)$. Berechnung von η aus den Messwerten und Auftragung von $\ln \eta$ gegen $\frac{1}{T}$ liefert folgendes Diagramm:



Es gilt die ARRHENIUS-ANDRADE-Gleichung

$$\eta = \eta_0 \cdot e^{\frac{E_A}{R \cdot T}}$$

Logarithmieren liefert die lineare Abhängigkeit

$$\ln \eta = \ln \eta_0 + \frac{E_A}{R} \cdot \frac{1}{T}$$

mit der unabhängigen Variable $x = \frac{1}{T}$, dem y-Achsenabschnitt $n = \ln \eta_0$ und dem Anstieg $m = \frac{E_A}{R}$. Die Aktivierungsenergie ist folglich

$$E_A = m \cdot R$$

Dabei ist nach einem linearen Fit mit *qtiplot* $m = (2057 \pm 17)\,\mathrm{K}$, sodass

$$E_A = (2059 \pm 17)\,\mathrm{K} \cdot 8{,}314\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K\,mol}}$$
$$E_A = (17{,}12 \pm 0{,}14)\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{mol}}$$

Auswertung – Kugelfallmethode nach Stokes

Die Viskosität berechnet sich nach der in der Vorbereitung hergeleiteten Gleichung

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot \left(\varrho_{\mathrm{Kugel}} - \varrho_{\mathrm{Medium}}\right) \cdot \frac{g \cdot t \cdot r^2}{s} \ ,$$

die jedoch nur für hinreichend kleine Kugeln gültig ist. Bei größeren Kugeln muss der in der Versuchsanleitung gegebene Korrekturterm $\left(1-\frac{r}{R}\right)^n$ eingefügt werden, sodass

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{2}{9}\cdot\left(\varrho_{\text{Kugel}}-\varrho_{\text{Medium}}\right)\cdot\frac{g\cdot t\cdot r^2}{s}\cdot\left(1-\frac{r}{R}\right)^n\\ &= \frac{\varrho_{\text{Kugel}}-\varrho_{\text{Medium}}}{18}\cdot\frac{g\cdot t\cdot d^2}{s}\cdot\left(1-\frac{d}{2R}\right)^n\end{aligned}$$

Einsetzen der Messwerte sowie der gegebenen Werte

- $\varrho_{\text{Kugel}} = 7680\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
- $\varrho_{\text{Medium}} = 1055\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
- $g = 9{,}806\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- $s = 40{,}0\,\text{cm}$
- $2R = 35\,\text{mm}$
- $n = 1{,}85$

liefert folgende Viskositäten:

$\frac{d}{\text{mm}}$	$\frac{t}{\text{s}}$	$\frac{\eta}{\text{Pa s}}$
5,00	9,82	1,711
5,00	9,82	1,711
5,00	9,85	1,716
5,00	9,80	1,707

$\frac{d}{\text{mm}}$	$\frac{t}{\text{s}}$	$\frac{\eta}{\text{Pa s}}$
3,000	23,34	1,649
3,000	23,25	1,643
3,000	23,33	1,649
3,000	23,21	1,640

Dies ergibt für die 5 mm-Kugeln einen Mittelwert von 1,711 Pa s, für die 3 mm-Kugeln einen Mittelwert von 1,645 Pa s.

Für die Kugelfallmethode nach STOKES wird die REYNOLDS-Zahl üblicherweise nach

$$\begin{aligned}Re &= \frac{2R\cdot v}{\nu}\\ &= 2R\cdot\frac{s}{t}\cdot\frac{\varrho}{\eta}\end{aligned}$$

berechnet. Für die beiden Kugelgrößen ergibt dies mit den Mittelwerten für t und η

$$\begin{aligned}Re_3 &= 2\cdot 35\,\text{mm}\cdot\frac{40{,}0\,\text{cm}}{9{,}83\,\text{s}}\cdot\frac{1055\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1{,}711\,\text{Pa s}} = 1{,}76\\ Re_5 &= 2\cdot 35\,\text{mm}\cdot\frac{40{,}0\,\text{cm}}{23{,}28\,\text{s}}\cdot\frac{1055\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1{,}645\,\text{Pa s}} = 0{,}77\end{aligned}$$

Messunsicherheit – Ubbelohde-Viskosimeter

Der zufällige Fehler wurde durch mehrfache Messung (pro Temperatur mindestens drei Messungen mit Zeitmessung durch beide Experimentatoren) minimiert. Er wird bei der Auswertung mit *qtiplot* berechnet. Es soll jedoch noch der maximale systematische Fehler der Viskosität ermittelt werden.

Die Temperaturen wurden mittels eines Digitalthermometers gemessen und konnten auf 0,1 K genau abgelesen werden. Für die Fehlerrechnung wird von einer Unsicherheit von ±0,1 K ausgegangen. Die Viskosität wurde nach

$$\begin{aligned}\eta &= k\cdot t\cdot\varrho\\ &= k\cdot t\cdot\varrho_0\cdot\left(1-\gamma\cdot(T-293{,}15\,\text{K})\right)\end{aligned}$$

berechnet. Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz nach GAUSS beträgt der Fehler für η:

$$u(\eta) = \sqrt{\frac{\left(\left(u(k)\cdot t\cdot\varrho_0\right)^2 + \left(k\cdot u(t)\cdot\varrho_0\right)^2 + \left(k\cdot t\cdot u(\varrho_0)\right)^2\right)\cdot\left(1-\gamma\cdot(T-293{,}15\,\mathrm{K})\right)^2 + \ldots}{\ldots\left(k\cdot t\cdot\varrho_0\right)^2\cdot\left(\left(u(\gamma)\cdot(T-T_0)\right)^2+\left(\gamma\cdot u(T)\right)^2\right)}}$$

Eine Computer-Auswertung dieses Ausdrucks für alle Messwertpaare bringt die Erkenntnis, dass der zweite Teil des Ausdrucks vernachlässigbar klein ist, also vereinfachend mit

$$u(\eta) = \sqrt{\left(u(k)\cdot t\cdot\varrho_0\right)^2 + \left(k\cdot u(t)\cdot\varrho_0\right)^2 + \left(k\cdot t\cdot u(\varrho_0)\right)^2}\cdot\left(1-\gamma\cdot(T-293{,}15\,\mathrm{K})\right)$$

gerechnet werden kann, wobei der Fehler bei der Zeitmessung kein systematischer, sondern ein zufälliger ist, und durch Mehrfachmessung noch verkleinert wurde, sodass er an dieser Stelle nicht betrachtet werden soll.

$$u(\eta) = t\cdot\sqrt{\left(u(k)\cdot\varrho_0\right)^2 + \left(k\cdot u(\varrho_0)\right)^2}\cdot\left(1-\gamma\cdot(T-293{,}15\,\mathrm{K})\right)$$

Dies ergibt einen relativen systematischen Fehler von maximal

$$\begin{aligned}\frac{u(\eta)}{\eta} &= \frac{t\cdot\sqrt{\left(u(k)\cdot\varrho_0\right)^2 + \left(k\cdot u(\varrho_0)\right)^2}\cdot\left(1-\gamma\cdot(T-293{,}15\,\mathrm{K})\right)}{k\cdot t\cdot\varrho_0\cdot\left(1-\gamma\cdot(T-293{,}15\,\mathrm{K})\right)}\\ &= \sqrt{\left(\frac{u(k)}{k}\right)^2+\left(\frac{u(\varrho_0)}{\varrho}\right)^2}\\ &= 2{,}1\,\%\end{aligned}$$

Da es sich hierbei um einen systematischen Fehler handelt, hat er auf die Bestimmung der Aktivierungsenergie keinen Einfluss. Dort wird zur Bestimmung der Aktivierungsenergie formal

$$E_A = R\cdot\frac{\ln\frac{\eta_1}{\eta_2}}{\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}}$$

berechnet, sodass sich der relative systematische Fehler herauskürzt. Die Unsicherheit der Aktivierungsenergie ergibt sich demzufolge allein aus dem zufälligen Fehler, den *qtiplot* berechnet.

Messunsicherheit – Kugelfallmethode nach Stokes

Die Berechnung der Viskosität aus den experimentellen Daten erfolgt nach

$$\eta = \frac{\varrho_{\mathrm{Kugel}}-\varrho_{\mathrm{Medium}}}{18}\cdot\frac{g\cdot t\cdot d^2}{s}\cdot\left(1-\frac{d}{2R}\right)^n ,$$

wobei von folgenden Unsicherheiten ausgegangen werden kann:

- $\frac{u(\varrho_{\mathrm{Kugel}}-\varrho_{\mathrm{Medium}})}{\varrho_{\mathrm{Kugel}}-\varrho_{\mathrm{Medium}}} = \pm 0{,}2\,\%$, wenn man von einer Unsicherheit von $\pm 10\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ für die Dichte der Stahlkugeln und einer vernachlässigbaren Unsicherheit für die Dichte des Mediums ausgeht.
- $\frac{u(g)}{g} < \pm 0{,}1\,\%$
- $u(t) = \pm 0{,}05\,\mathrm{ms}$

- $\frac{u(d)}{d} = \pm 0{,}1\,\%$ laut der Beschriftung für die 3 mm-Kugeln und
  $\frac{u(d)}{d} < \pm 0{,}2\,\%$ laut der Beschriftung für die 5 mm-Kugeln.
- $\frac{u(s)}{s} = \pm 0{,}5\,\%$ für die Strecke von 40 cm, wobei die Ablesegenauigkeit durch Umwickeln des Rohres mit Klebestreifen gegenüber der einfachen Markierung erheblich erhöht wurde, sodass die Abweichung mit ± 2 mm relativ großzügig angegeben ist.
- $\frac{u\left(\left(1-\frac{d}{2R}\right)^n\right)}{\left(1-\frac{d}{2R}\right)^n} = \pm 1{,}0\,\%$ unter der Annahme, dass die Unsicherheit von d $\pm 0{,}2\,\%$, die von $2R$ $\pm 0{,}5$ mm und die von n $\pm 0{,}03$ beträgt.

Insgesamt ergibt sich bei Addition der Quadrate ein relativer Fehler von $\pm 1{,}2\,\%$ für die 3 mm-Kugeln und ein relativer Fehler von 1,3 % für die 5 mm-Kugeln.

Die Reynolds-Zahl berechnet sich nach

$$\begin{aligned} Re &= 2R \cdot \frac{s}{t} \cdot \frac{\varrho}{\eta} \\ &= 2R \cdot \frac{s^2}{t^2} \cdot \frac{18\varrho_{\text{Medium}}}{\varrho_{\text{Kugel}} - \varrho_{\text{Medium}}} \cdot \frac{1}{g \cdot d^2} \cdot \left(1 - \frac{d}{2R}\right)^{-n} \end{aligned}$$

Mit den oben genannten Unsicherheiten ergibt sich bei quadratischer Addition der Unsicherheiten (insbesondere $\pm 1{,}5\,\%$ für R, $\pm 1\,\%$ für den Korrekturterm, $\pm 0{,}5\,\%$ für s, $\pm 0{,}05$ s für t) für die 5 mm-Kugeln eine Unsicherheit von 2,1 % für Re, für die 3 mm-Kugeln eine Unsicherheit von 2,0 %.

Zusammenfassung

Ubbelohde-Viskosimeter

Folgende Viskositäten wurden für unterschiedliche Temperaturen festgestellt:

$\frac{\vartheta}{°C}$	$\frac{\eta}{mPa\,s}$
30,3	97 ± 3
40,2	55 ± 2
49,7	$33{,}7 \pm 0{,}8$
59,3	$22{,}0 \pm 0{,}5$
66,6	$16{,}4 \pm 0{,}4$
72,7	$13{,}2 \pm 0{,}3$
79,0	$10{,}8 \pm 0{,}3$

Die Aktivierungsenergie für das viskose Fließen beträgt $(17{,}12 \pm 0{,}14)\,\frac{kJ}{mol}$.

Kugelfallmethode nach Stokes

Die Viskosität und die Reynolds-Zahlen für den Fall der Kugel sind:

$\frac{d}{mm}$	$\frac{\eta}{Pa\,s}$	Re
3,00	$1{,}711 \pm 0{,}026$	$1{,}76 \pm 0{,}04$
5,00	$1{,}645 \pm 0{,}025$	$0{,}77 \pm 0{,}02$

Beide Werte für die Reynolds-Zahlen sind weit unterhalb der Grenze von $2{,}0 \cdot 10^3$, ab der turbulente Strömungen auftreten.

Es fällt auf, dass die beiden Viskositäten auch bei Berücksichtigung der Unsicherheiten nicht übereinstimmen. Dies rührt wahrscheinlich daher, dass die Experimente mit den 5 mm-Kugeln einige Minuten später durchgeführt wurden, während nebenan das Ubbelohde-Viskosimeter beheizt wurde, sodass sich in der Zwischenzeit die Temperatur des Mediums verändert hatte.

Im Experimentierraum hingen Werte für die Viskosität des Mediums aus, die mit einem Höppler-Viskosimeter gemessen wurden. Für 24,4 °C wurde ein Wert von 1,80 Pa s, für 25,6 °C ein Wert von 1,56 Pa s angegeben. Dies steht im Einklang mit den Messwerten dieses Experiments. Vorausgesetzt, dass die ausgehängten Werte korrekt bestimmt wurden, betrug die Temperatur des Fluids während dieses Experimentes $(25{,}0 \pm 0{,}1)$ °C.