Toshiki Ishii (Matrikel 3266690, Seminargruppe 2)
„Experimentalphysik für Chemiker“
Aufgaben zum 26.06.2013
Leistung und Widerstand im Wechselstromkreis

Aufgabe 1

Es ist die Wirkleistung

$$\begin{aligned} P &= U_R \cdot I_{eff} \\ &= R \cdot I_{eff}^2 \end{aligned}$$

Die effektive Stromstärke I_{eff} ist in der gesamten Reihenschaltung gleich und über die Gesamtimpedanz der Schaltung zu berechnen, sodass

$$\begin{aligned} &= R \cdot \left(\frac{U_{eff}}{Z}\right)^2 \\ &= U_{eff}^2 \cdot \frac{R}{R^2 + (\omega \cdot L)^2} \end{aligned}$$

Extremal ist die Wirkleistung für

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}R} &= 0 \\ U_{eff}^2 \cdot \frac{(\omega \cdot L)^2 - R^2}{\left(R^2 + (\omega \cdot L)^2\right)^2} &= 0 \\ R &= \omega \cdot L \\ &= 2\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz} \cdot 60\,\mathrm{mH} \\ &\boxed{R = 19\,\Omega} \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Es muss in beiden Schaltungen die Impedanz gleich groß sein:

$$\begin{aligned} |\underline{Z}_{RC}| &= |\underline{Z}_{RRC}| \\ |\underline{Z}_1 + \underline{Z}_C| &= \left|\underline{Z}_1 + \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_C}}\right| \\ \left|R_1 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}\right| &= \left|R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + j \cdot \omega \cdot C}\right| \\ \left|R_1 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}\right| &= \left|R_1 + \frac{\frac{1}{R_2} - j \cdot \omega \cdot C}{\frac{1}{R_2^2} + \omega^2 \cdot C^2}\right| \end{aligned}$$

Beträge sind immer positiv, sodass bedenkenlos quadriert werden kann:

$$
\begin{aligned}
R_1^2 + \frac{1}{\omega^2 \cdot C^2} &= \left(R_1 + \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_2^2} + \omega^2 \cdot C^2} \right)^2 + \left(\frac{\omega \cdot C}{\frac{1}{R_2^2} + \omega^2 \cdot C^2} \right)^2 \\
R_1^2 + \frac{1}{\omega^2 \cdot C^2} &= R_1^2 + \frac{2\frac{R_1}{R_2}}{\frac{1}{R_2^2} + (\omega \cdot C)^2} + \frac{\frac{1}{R_2^2} + (\omega \cdot C)^2}{\left(\frac{1}{R_2^2} + (\omega \cdot C)^2\right)^2} \\
\frac{1}{\omega^2 \cdot C^2} &= \frac{2 \cdot \frac{R_1}{R_2} + 1}{\frac{1}{R_2^2} + (\omega \cdot C)^2} \\
\frac{1}{R_2^2} + (\omega \cdot C)^2 &= 2 \cdot \frac{R_1}{R_2} \cdot (\omega \cdot C)^2 + (\omega \cdot C)^2 \\
R_2 &= \frac{1}{2R_1 \cdot (\omega \cdot C)^2} \\
&= \frac{1}{2 \cdot 100\,\Omega \cdot (2\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz} \cdot 100\,\mathrm{pF})^2} \\
&\boxed{R_2 = 5{,}0 \cdot 10^{12}\,\Omega}
\end{aligned}
$$

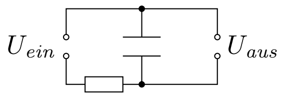
Aufgabe 3

Der Funkenschlag ohne Löschkodensator tritt auf, da durch die plötzliche Änderung des fließenden Stroms eine sehr hohe Spannung induziert wird, die ausreicht, um am Schalter einen Durchschlag hervorzurufen. Wird parallel zum Schalter ein Kondensator geschaltet, so ändert sich der fließende Strom nicht plötzlich. Die Energie des magnetischen Feldes wird stattdessen genutzt, um im Kondensator ein elektrisches Feld aufzubauen. Die im Schwingkreis gespeicherte Energie wird dann langsam am OHMschen Widerstand abgebaut. Es gilt näherungsweise (beziehungsweise im *worst case*):

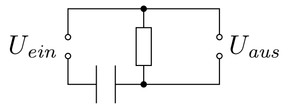
$$
\begin{aligned}
E_C &= E_L \\
\frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 &= \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 \\
&\boxed{U = I \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}}
\end{aligned}
$$

Bei bekannter Durchschlagspannung des Kondensators muss seine Kapazität entsprechend hoch gewählt werden, um einen Durchschlag zu vermeiden.

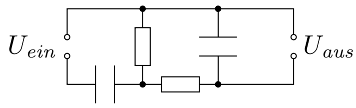
Aufgabe 4



Tiefpass



Hochpass



Bandpass

Allgemein gilt:

$$\frac{U_{aus}}{U_{ein}} = \frac{Z_i}{Z_{ges}}$$

Für den Hochpass ist dies:

$$U_H = U_0 \cdot \frac{\frac{1}{\omega \cdot C_H}}{\sqrt{R_H^2 + \frac{1}{\omega^2 \cdot C_H^2}}} = \frac{U_0}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot C_H^2 \cdot R_H^2}}$$

mit der Grenzfrequenz $\omega_H = \frac{1}{C_H \cdot R_H}$ des Hochpasses, sodass

$$\boxed{U_H = \frac{U_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_H}\right)^2}}}$$

Für den Tiefpass ergibt sich analog:

$$U_T = U_0 \cdot \frac{R_T}{\sqrt{R_T^2 + \frac{1}{\omega^2 \cdot C_T^2}}}$$

$$\boxed{U_T = \frac{U_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_T}{\omega}\right)^2}}}$$

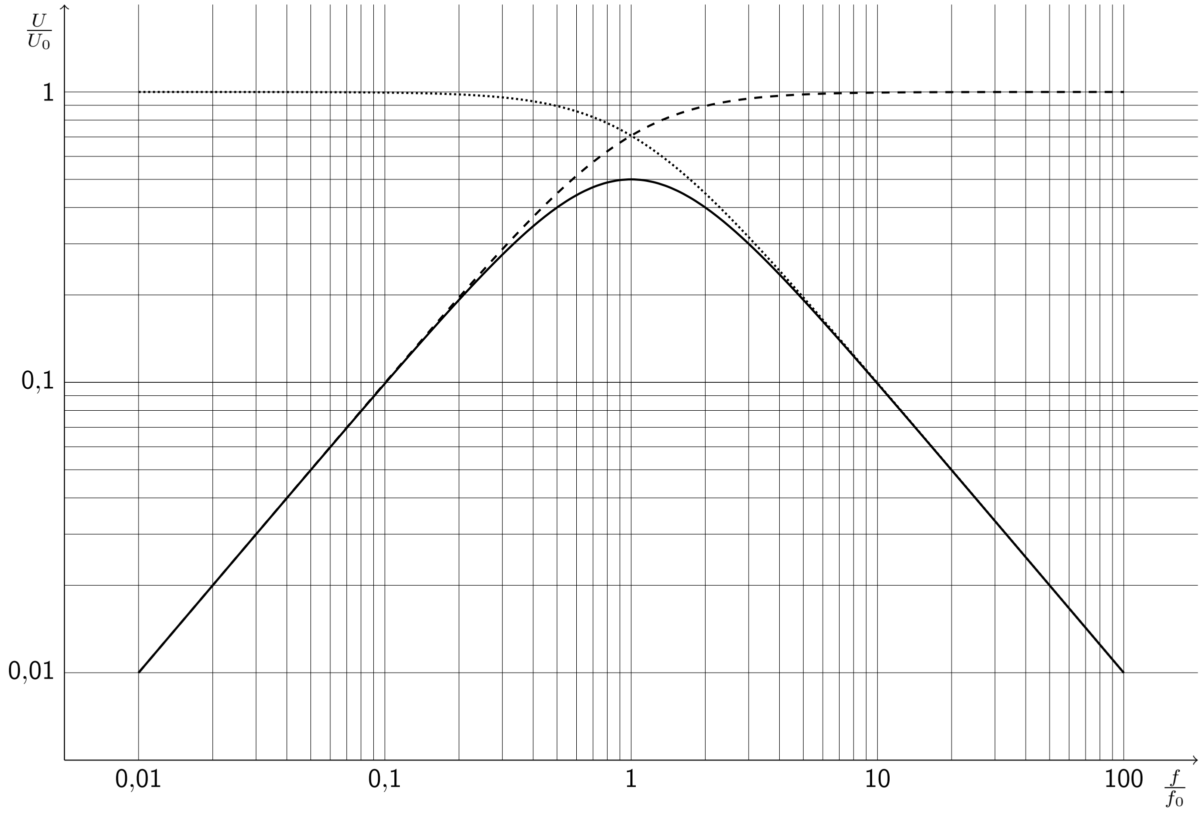
Für den Bandpass multiplizieren sich die Effekte:

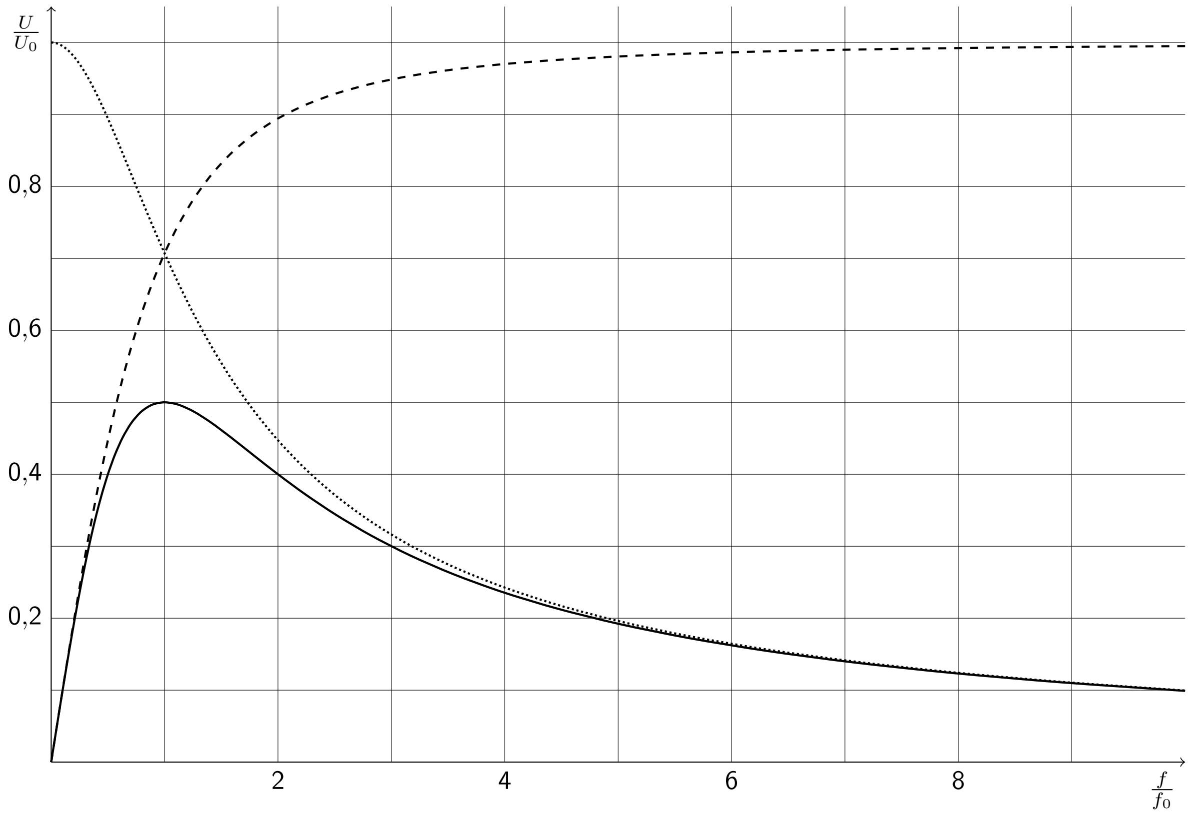
$$U_B = U_0 \cdot \frac{R_T}{\sqrt{R_T^2 + \frac{1}{\omega^2 \cdot C_T^2}}} \cdot \frac{\frac{1}{\omega \cdot C_H}}{\sqrt{R_H^2 + \frac{1}{\omega^2 \cdot C_H^2}}}$$

$$U_B = \frac{U_0}{\sqrt{\left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_H}\right)^2\right) \cdot \left(1 + \left(\frac{\omega_T}{\omega}\right)^2\right)}}$$

Nimmt man an, dass für den Bandpass $\omega_0 = \omega_H = \omega_T$ gilt, folgt:

$$\boxed{U_B = \frac{U_0}{\sqrt{2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}}$$


$\frac{U}{U_0}$
1
0,1
0,01
0,01
0,1
1
10
100
$\frac{f}{f_0}$


$\frac{U}{U_0}$
0,8
0,6
0,4
0,2
2
4
6
8
$\frac{f}{f_0}$