Toshiki Ishii (Matrikel 3266690, Seminargruppe 2)
„Experimentalphysik für Chemiker"
Aufgaben zum 29.05.2013
Reihen- und Parallelschaltungen, Elektronen im Leiter

Aufgabe 1

- Der gezeigte Kondensator kann als Parallelschaltung eines linken und eines rechten Kondensators aufgefasst werden. Wie letzte Woche hergeleitet, addieren sich dann die Kapazitäten:

  $$C = C_l + C_r$$

  Der rechte Kondensator kann seinerseits als Serienschaltung zweier Kondensatoren aufgefasst werden, sodass sich ihre reziproken Kapazitäten zum Reziproken der Gesamtkapazität addieren:

  $$\begin{aligned} C &= C_1 + \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1} \\ &= \varepsilon_1 \cdot \frac{\frac{A}{2}}{2d} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2 \cdot \frac{\frac{A}{2}}{d}} + \frac{1}{\varepsilon_3 \cdot \frac{\frac{A}{2}}{d}}\right)^{-1} \\ &= \frac{A}{2d} \cdot \left(\frac{\varepsilon_1}{2} + \frac{\varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}\right) \\ &= \frac{10\,\mathsf{mm}^2}{2 \cdot 0{,}1\,\mathsf{mm}} \cdot 8{,}8542 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathsf{C}}{\mathsf{V\,m}} \cdot \left(\frac{2{,}2}{2} + \frac{3{,}4 \cdot 4}{3{,}4 + 4}\right) = \underline{\underline{1{,}3\,\mathsf{pF}}} \end{aligned}$$

- Die Energiedichte in einem Kondensator beträgt

  $$w = \frac{1}{2} \cdot \vec{D} \circ \vec{E}$$

  Mit $\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E}$ und $E = \frac{U}{d}$ ergibt sich

  $$w = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{2} \cdot \frac{U^2}{d^2}$$

  Für den ersten Bereich ergibt sich:

  $$w_1 = \frac{8{,}8542 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathsf{C}}{\mathsf{Vm}} \cdot 2{,}2}{2} \cdot \frac{(1\,\mathsf{V})^2}{(0{,}1\,\mathsf{mm})^2} \qquad = \underline{\underline{9{,}7 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathsf{J}}{\mathsf{m}^3}}}$$

  Für die anderen Bereiche k ergibt sich U_k nach $U_k = \frac{Q}{C_k}$ mit $Q = C_{ges} \cdot U$ und $\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$, also

  $$w_k = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r,k}}{2d^2} \cdot \left(\frac{C_2 \cdot C_3}{C_k \cdot (C_2 + C_3)} \cdot U\right)^2$$

  Da $C \propto \varepsilon_r$ und alle anderen Parameter für die beiden Kondensatoren gleich sind, gilt auch:

  $$\begin{aligned} w_k &= \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r,k}}{2d^2} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{r,2} \cdot \varepsilon_{r,3}}{\varepsilon_{r,k} \cdot (\varepsilon_{r,2} + \varepsilon_{r,3})} \cdot U\right)^2 \\ w_2 &= \frac{8{,}8542 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathsf{C}}{\mathsf{Vm}} \cdot 3{,}4}{2 \cdot (0{,}1\,\mathsf{mm})^2} \cdot \left(\frac{3{,}4 \cdot 4}{3{,}4 \cdot (3{,}4 + 4)} \cdot 1\,\mathsf{V}\right)^2 \qquad = \underline{\underline{4{,}4 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathsf{J}}{\mathsf{m}^3}}} \\ w_3 &= \frac{8{,}8542 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathsf{C}}{\mathsf{Vm}} \cdot 4}{2 \cdot (0{,}1\,\mathsf{mm})^2} \cdot \left(\frac{3{,}4 \cdot 4}{4 \cdot (3{,}4 + 4)} \cdot 1\,\mathsf{V}\right)^2 \qquad = \underline{\underline{3{,}7 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathsf{J}}{\mathsf{m}^3}}} \end{aligned}$$

- Wie in einer vorhergehenden Übung hergeleitet, ist die in einem Kondensator gespeicherte Energie

  $$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1{,}3\,\mathsf{pF} \cdot (1\,\mathsf{V})^2 = \underline{\underline{6{,}5 \cdot 10^{-13}\,\mathsf{J}}} \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Es gilt das OHMsche Gesetz:

$$\begin{aligned} U = R_{vor} \cdot I_{vor} &= R_{nach} \cdot I_{nach} \\ R_{vor} \cdot I_{vor} &= (R_{vor} + R_+) \cdot I_{nach} \\ R_{vor} &= R_+ \cdot \frac{I_{nach}}{I_{vor} - I_{nach}} \\ &= 2\,\Omega \cdot \frac{4\,\mathrm{A}}{5\,\mathrm{A} - 4\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{8\,\Omega}} \end{aligned}$$

Aufgabe 3

a) Die Ladung $\mathrm{d}Q$, die in einer Zeit $\mathrm{d}t$ durch eine Fläche A tritt, ist proportional zur Konzentration c_{e^-} der Elektronen, ihrer Ladung e und der Strecke $\mathrm{d}s$, die sie in der Zeit durchqueren.

$$\mathrm{d}Q = e \cdot c_{\mathrm{e}^-} \cdot A \cdot \mathrm{d}s$$

Dabei ist $\mathrm{d}s = v_d \cdot \mathrm{d}t$ und $\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = I$, sodass

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = I &= e \cdot c_{\mathrm{e}^-} \cdot A \cdot v_d \\ v_d &= \frac{I}{e \cdot c_{\mathrm{e}^-} \cdot A} \\ v_d &= \frac{I}{e \cdot x \cdot c_{\mathrm{Cu}} \cdot A} \end{aligned}$$

Mit $c = \frac{N}{V}$, $n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$ und $\varrho = \frac{m}{V}$ folgt

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{I \cdot M_{\mathrm{Cu}}}{e \cdot x \cdot \varrho \cdot N_A \cdot A} \\ v_d &= \frac{12\,\mathrm{A} \cdot 63{,}546\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 1{,}3 \cdot 8{,}92\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}\,\frac{1}{\mathrm{mol}} \cdot 1\,\mathrm{mm}^2} \\ &= \underline{\underline{6{,}8 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}} \end{aligned}$$

b) Was auf makroskopischer Ebene als thermische Energie bezeichnet wird, ist auf mikroskopischer Ebene kinetische Energie:

$$\begin{aligned} E_{kin} &= E_{th} \\ \frac{m_{\mathrm{e}^-}}{2} \cdot v^2 &= k_B \cdot T \\ v &= \sqrt{\frac{2k_B \cdot T}{m_{\mathrm{e}^-}}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}3807 \cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \cdot 293{,}15\,\mathrm{K}}{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} \\ &= \underline{\underline{9{,}4 \cdot 10^{4}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}} \end{aligned}$$